Allgemeiner Teil

Aufgabe 1

Berechne:

a) 21006 : 6 b) 214,3 · 45 c) $\frac{11}{12} - \frac{1}{2}$ **3 P**

Aufgabe 2

Rechne um: 45 000 cm² = ___________ m² **1 P**

Aufgabe 3

Carlo erfindet Bruchzahlen. Der Zähler besteht aus einer 2, 3 oder 4, der Nenner aus einer 5, 10 oder 15.

a) Gib alle Bruchzahlen an, die entstehen. **1 P**

b) Gib den Bruch mit dem größtmöglichen Wert an. **1 P**

c) Gib die Brüche an, die den gleichen Wert haben. **2 P**

Aufgabe 4

Wie lange wäre eine Raumsonde von der Erde zur Sonne ungefähr unterwegs, wenn sie durchschnittlich 2000 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ fliegen könnte? (Entfernung 150 Millionen Kilometer)

Überschlage und kreuze an.

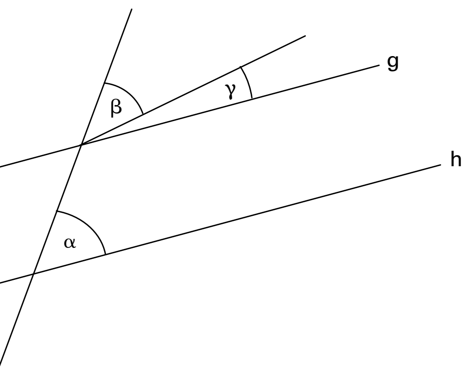
○ 4 Jahre
○ 8 Jahre
○ 12 Jahre
○ 16 Jahre **1 P**

Aufgabe 5

Bestimme γ.

$\alpha = 70°$, $\beta = 60°$

g ll h

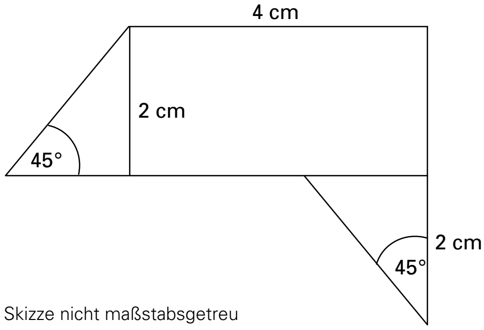


Der Winkel γ beträgt _________ Grad.

Skizze nicht maßstabsgetreu **1 P**

Aufgabe 6

Berechne den Flächeninhalt der nachfolgenden Figur.



Skizze nicht maßstabsgetreu

Der Flächeninhalt beträgt _________ cm². **2 P**

Aufgabe 7

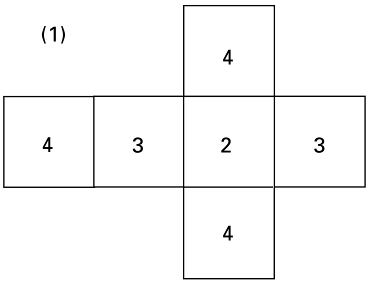
Eine Firma plant ihren Betriebsausflug in den nahegelegenen Freizeitpark und hat dazu einen Bus für einen Pauschalpreis gemietet. Wenn alle 30 Mitarbeiter fahren, muss jeder 15 € für die Busfahrt bezahlen. Am Reisetag fallen 5 Mitarbeiter krankheitsbedingt aus.
Wie viel Geld muss jetzt jeder für die Fahrt bezahlen?

Es muss jeder _________ € bezahlen. **2 P**

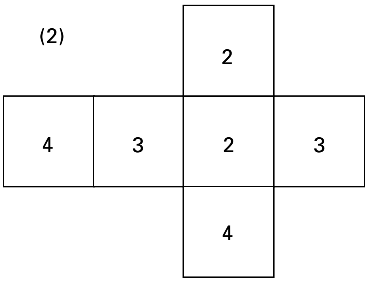
Aufgabe 8

Aus diesen Netzen sind zwei Würfel gebaut worden. Beide Würfel enthalten nur die Zahlen 2, 3 und 4.

(1)



(2)



a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit Würfel (1) eine 3 zu würfeln? **1 P**

b) Bei 600 Würfen ist in 210 Fällen eine 4 gefallen.
Mit welchem Würfel ist mit größerer Wahrscheinlichkeit geworfen worden? Begründe. **2 P**

Aufgabe 9

Fasse folgenden Term soweit wie möglich zusammen:

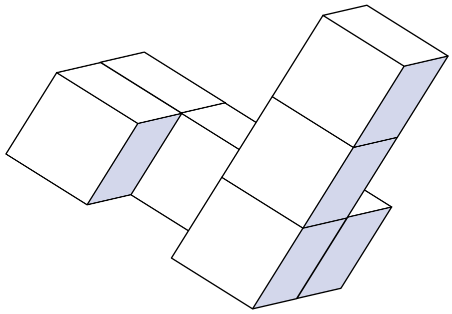
$2x^2 + 3x + 2y - 8x + 3xy + 5x^2 =$ ______________________________ **2 P**

Aufgabe 10

Zeige, dass der Punkt P (-2 I 12,2) auf dem Graphen mit der Gleichung $y = 3x^2 + 0{,}2$ liegt. **1 P**

Aufgabe 11

Ein Körper ist aus mehreren gleichgroßen Würfeln mit der Grundfläche 1 cm² zusammengesetzt.
Aus wie viel Quadratzentimetern besteht seine Oberfläche?



Seine Oberfläche ist __________ cm² groß. **1 P**

Aufgabe 12

Nur eine der folgenden Ordnungen ist richtig. Kreuze an.

a) ◯ $\frac{2}{5} < \frac{3}{10} < 0{,}298 < 0{,}4 < 0{,}401$

b) ◯ $\frac{3}{10} < \frac{2}{5} = 0{,}4 < 0{,}298 < 0{,}401$

c) ◯ $0{,}298 < \frac{3}{10} < \frac{2}{5} = 0{,}4 < 0{,}401$

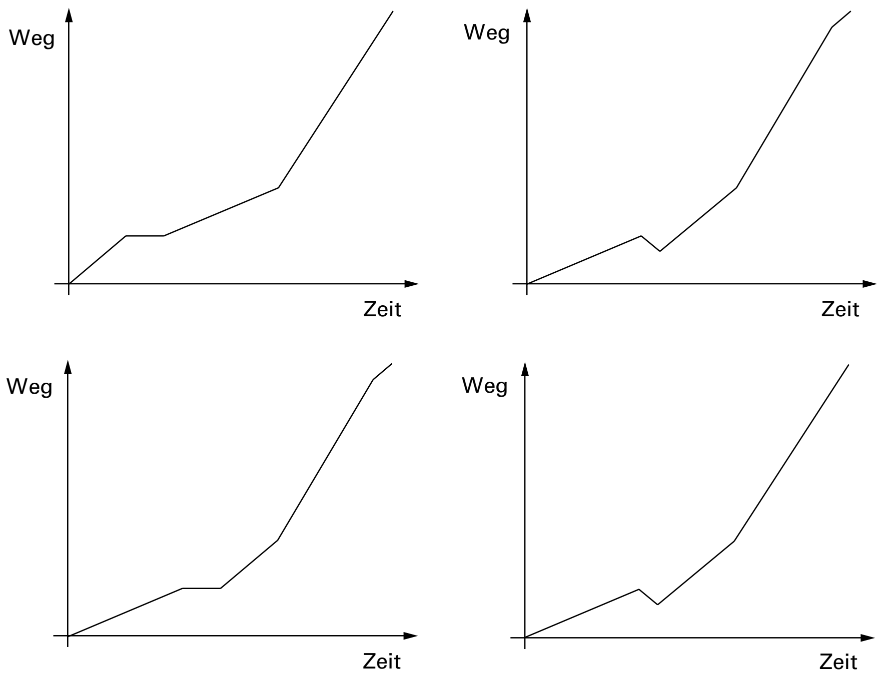
1 P

Aufgabe 13

Herr Beckmann fährt mit seinem Auto zur Arbeit, als plötzlich ein Grundschulkind zwischen zwei parkenden Autos auf die Straße läuft. Herr Beckmann ermahnt das Kind, künftig die etwa 100 Meter entfernte Fußgängerampel zu benutzen. Er fährt dann zügiger weiter, weil er befürchtet, zu spät zu kommen. Für die letzte etwas größere Strecke benutzt er die Stadt-Autobahn, fährt ab und kommt schließlich pünktlich und wieder entspannt bei seiner Arbeitsstelle an.
Welches Diagramm bildet die Autofahrt am besten ab? Kreuze an.

(a) ◯ (b) ◯

(c) ◯ (d) ◯



1 P

Aufgabe 14

Welches Säulendiagramm wird durch das Kreisdiagramm abgebildet? Kreuze an.

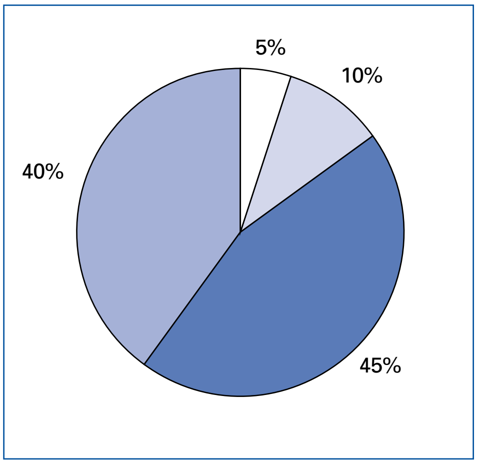


Diagramm 1

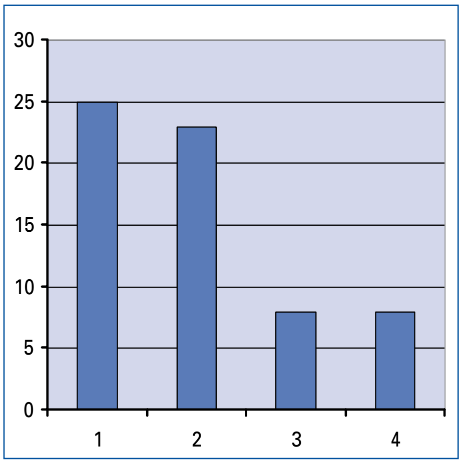


Diagramm 2

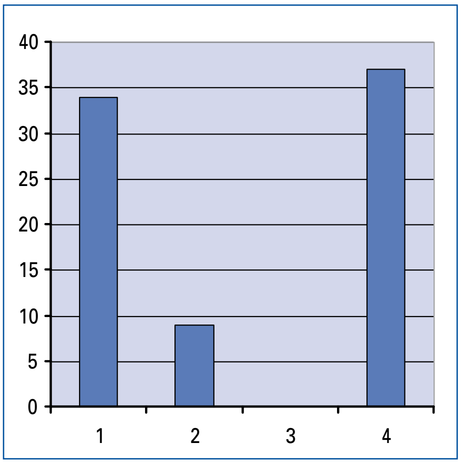


Diagramm 3

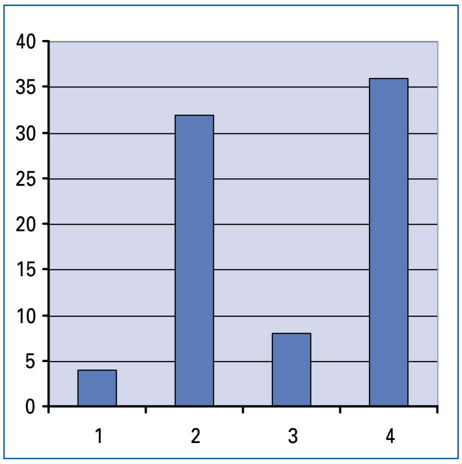
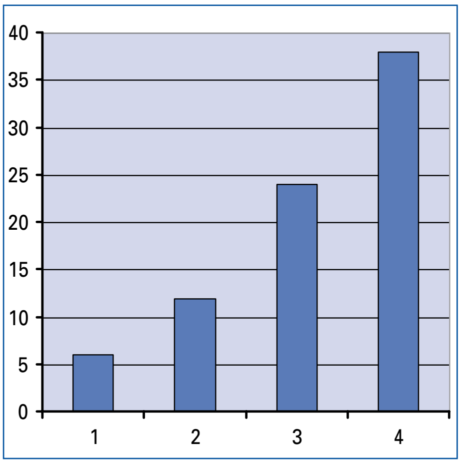


Diagramm 4



1 P

Aufgabe 15

Bei einer Umfrage zu Lieblingsfächern gab es zwei Fragen. Bei der ersten Frage haben neun Schüler angekreuzt, dass sie das Fach Sport mögen. Bei der zweiten Frage haben sieben angekreuzt, dass sie das Fach Mathematik mögen. Fünf von diesen Schülern haben beide Fächer angekreuzt. Insgesamt haben 16 Schüler an der Befragung teilgenommen.
Wie viele der Schüler mögen weder Mathematik noch Sport? Kreuze an.

◯ zwei ◯ drei ◯ vier ◯ fünf **1 P**

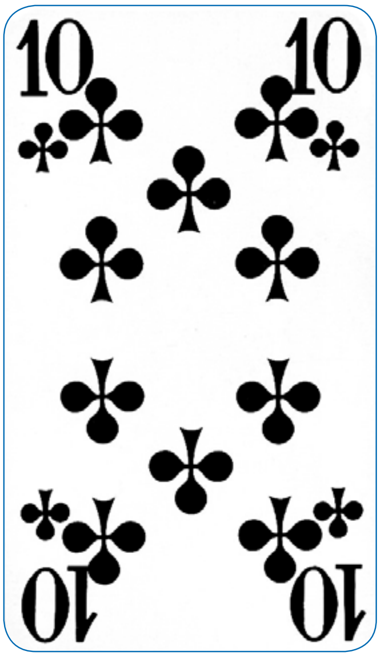
Aufgabe 16

In einer Lieferung von 150 elektrischen Geräten sind 147 Geräte ohne Fehler.
Wie viel Prozent sind defekt? **2 P**

Aufgabe 17

Untersuche die Spielkarte auf Symmetrie.
Kreuze an.

Die Karte ist
- ◯ achsensymmetrisch.
- ◯ punktsymmetrisch.
- ◯ achsen- und punktsymmetrisch.
- ◯ ohne Symmetrie.



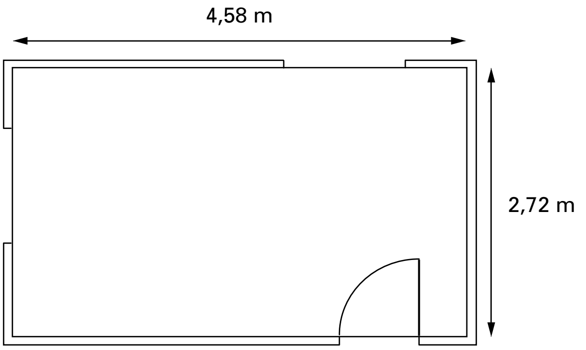
1 P

Hauptteil

<u>Wichtiger Hinweis für alle Aufgaben:</u> Runde Endergebnisse auf 2 Stellen hinter dem Komma! Schreibe jeden Deiner Lösungswege auf!

Aufgabe 1

Lotta möchte mit ihren Eltern die Wände ihres Zimmers (ohne Decke) farbig streichen. Sie weiß, dass bei der Berechnung der zu streichenden Fläche Fenster und Türen nicht abgezogen werden. Sie misst die Länge und die Breite ihres rechteckigen Zimmers. Die Wände sind 2,50 m hoch. Im Keller findet sie einen vollen Eimer mit Farbe.
Reicht der Inhalt zum Streichen des Zimmers aus?



Skizze nicht maßstabsgetreu

3 P

Aufgabe 2

Löse das folgende Gleichungssystem:

I $\quad 3y = 4x + 5$
II $\quad y = 2x - 1$

3 P

Aufgabe 3

Gegeben ist eine quadratische Funktion mit der Gleichung: $y = x^2 + 6x + 5$
Bestimme die Nullstellen.

4 P

Aufgabe 4

Gegeben sind die Punkte A(1I1), B(7I1) und D(3I6) eines Parallelogramms ABCD.
(1 Einheit ≙ 1 cm)

a) Zeichne das Parallelogramm in ein Koordinatensystem. **2 P**

b) Berechne den Umfang des Parallelogramms, ohne dabei die Länge der Strecke von A nach D bzw. von B nach C zu messen. **4 P**

Aufgabe 5

Hannover. Eine neue Studie hat ergeben, dass Jugendliche immer weniger Freizeit haben. Das liegt überwiegend daran, dass immer mehr Jugendliche neben der Schule noch einen Job ausüben, um sich zusätzliche Wünsche erfüllen zu können. Bei einer in der Studie veröffentlichten Umfrage wurden 1000 Jugendliche aus den 9. und 10. Klassen befragt. Die Umfrage hat ergeben, dass 30% der Befragten regelmäßig nach der Schule arbeiten. 20% der Jugentlichen, die regelmäßig arbeiten, tragen Zeitungen aus. Laut dieser Studie arbeiten acht Prozent der Neunt- und Zehntklässler in den Ferien.

a) Wie viele der befragten Jugendlichen tragen Zeitungen aus? **3 P**

b) „Insgesamt arbeiten 38% der 9.- und 10.-Klässler.“
Nimm Stellung zu dieser Aussage. **2 P**

Aufgabe 6

Familie Müller will ihren Garten von einem Fachbetrieb professionell umgestalten lassen. Dazu nimmt sie bei einer Bank einen Kredit in Höhe von 10 000 € auf.

a) Welchen Gesamtbetrag haben sie bei einem Zinssatz von 3,65% und einer Laufzeit von 4 Jahren an die Bank zurückgezahlt? **2 P**

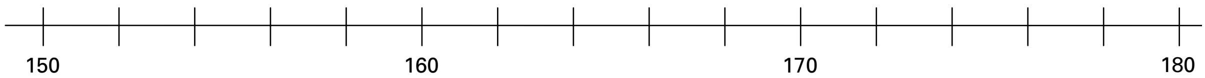
b) Die Nachbarn der Familie Müller haben vor mehreren Jahren dieselbe Kreditsumme aufgenommen und nach 5 Jahren 2313,50 € Zinsen gezahlt. Wie hoch war damals der Zinssatz? **4 P**

Aufgabe 7

Anna-Lena macht ein Praktikum bei einer Tierärztin und soll die Körpermaße von Pferden auswerten. In einem Reitstall misst sie folgende Schulterhöhen (in cm):

152; 157; 158; 159; 160; 162; 163; 163; 165; 165; 165; 166; 167; 168; 176

Veranschauliche die Daten in einem Boxplot:



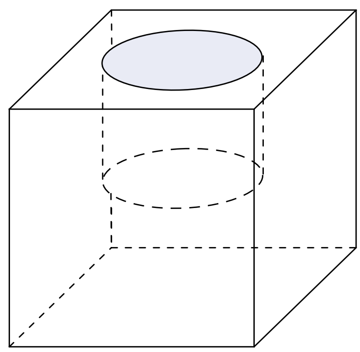
4 P

Aufgabe 8

Ein würfelförmiger Kerzenständer aus Messing mit der Kantenlänge von 6 cm hat eine 3 cm tiefe Bohrung von 4 cm Durchmesser.

a) Berechne das Volumen des Kerzenständers. **4 P**

b) Berechne seine Masse mit $\rho_{Messing} = 8{,}32\ \frac{g}{cm^3}$.
(Falls du in Aufgabe a) das Volumen nicht berechnet hast, nimm einen Wert von $V = 175{,}4\ cm^3$ an.) **1 P**

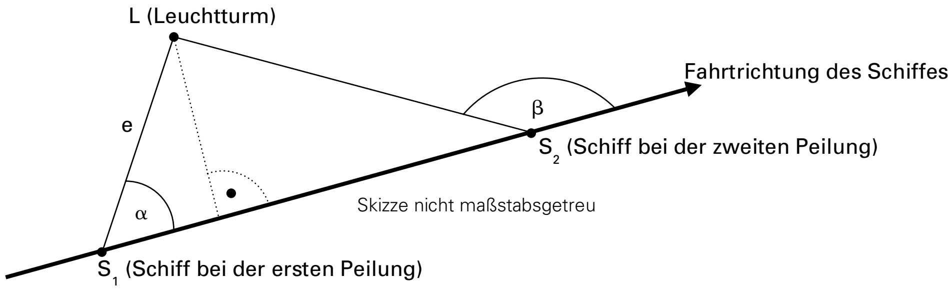


Skizze nicht maßstabsgetreu

Wahlaufgaben

Aufgabe W1

Ein Schiff fährt auf geradem Kurs. Von diesem Schiff wird zunächst ein Leuchtturm unter einem Winkel von $\alpha = 55°$ angepeilt. Nach 5 km Fahrt wird der Leuchtturm erneut angepeilt, diesmal unter einem Winkel von $\beta = 155°$.



a) Bestimme die fehlenden Winkel im Dreieck S_1S_2L. **1 P**

b) Wie groß ist die Entfernung e zwischen Schiff und Leuchtturm bei der ersten Peilung? **3 P**

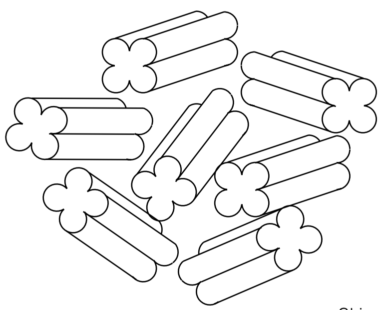
c) Bestimme den geringsten Abstand zwischen Schiff und Leuchtturm.
(Falls du in Aufgabe b) die Entfernung nicht berechnet hast, nimm einen Wert von $e = 2{,}43$ km an.) **2 P**

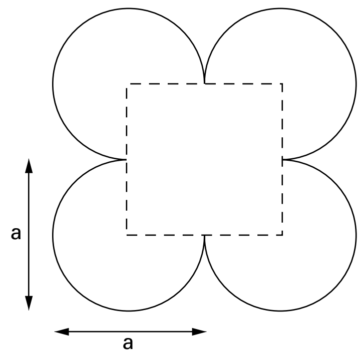
d) Wie weit ist das Schiff nach der ersten Peilung gefahren, bis es den geringsten Abstand zum Leuchtturm erreicht? **2 P**

e) Das Schiff fährt mit einer Geschwindigkeit von 5 Knoten (1 Knoten = $1{,}852\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$).
Wie viele Minuten nach der ersten Peilung erreicht das Schiff diesen geringsten Abstand? Runde auf ganze Minuten.
(Falls du Aufgabe d) nicht berechnet hast, nimm einen zurückgelegten Weg von 1,23 km an.) **2 P**

Aufgabe W2

Die abgebildeten Lakritz-Bonbons sind 35 mm lang.
Zusätzlich ist die Schnittfläche (also die Grundfläche) vergrößert dargestellt. Zum besseren Erkennen der Schnittflächenform ist ein gestricheltes Quadrat mit der Seitenlänge a eingezeichnet.





Skizzen nicht maßstabsgetreu

a) Wie viel Lakritz (in cm^3) wird für ein Bonbon benötigt? (a = 5 mm) **5 P**

b) Damit die Bonbons nicht verkleben, werden sie noch mit einer dünnen Schicht Bienenwachs überzogen.
Wie groß ist die Oberfläche des Bonbons (in cm^2)? **4 P**

c) Es gibt dieses Lakritz-Bonbon auch in einer XL-Variante: Alle Maße sind bei diesem doppelt so groß.
Wie viel Mal größer ist die Oberfläche? Kreuze an.

- ◯ doppelt so groß
- ◯ vier mal so groß
- ◯ acht mal so groß
- ◯ sechzehn mal so groß **1 P**

Aufgabe W3

a) Bestimme zur Parabel mit der Funktionsgleichung $y = x^2 - 8x + 12$ den Scheitelpunkt. **3 P**

b) Zeichne die Parabel in ein Koordinatensystem. **2 P**

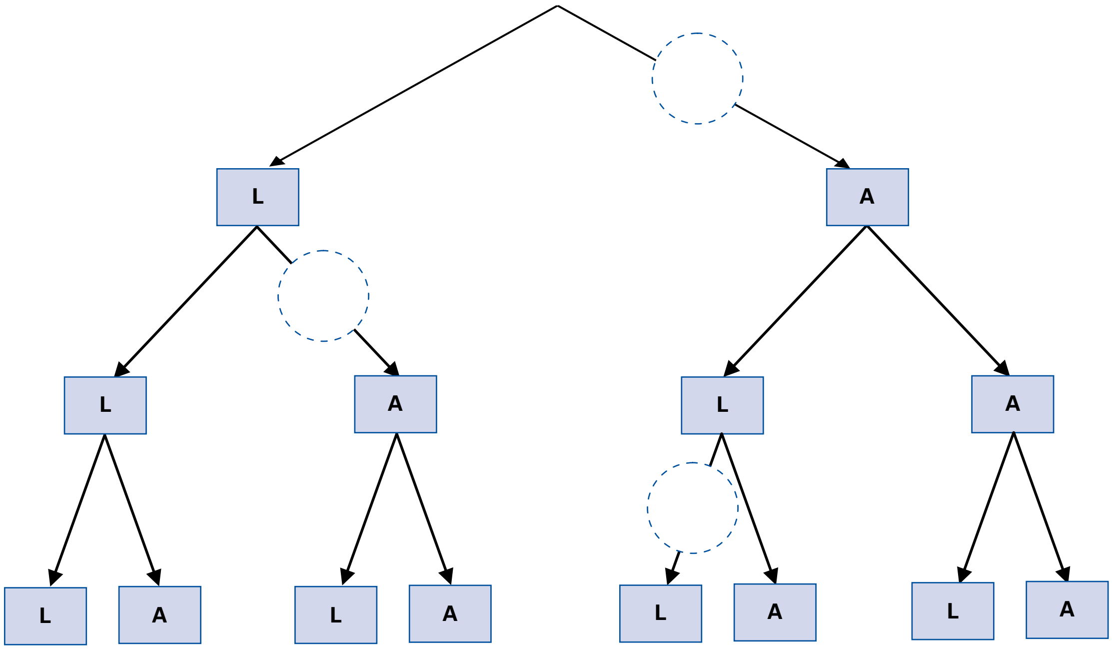
c) Zeichne ein Dreieck, dessen Eckpunkte die beiden Nullstellen und der Scheitelpunkt sind.
Welche Eigenschaft hat das Dreieck? **2 P**

d) Berechne den Umfang des Dreiecks. **3 P**

Aufgabe W4

Julius hat eine Musik-CD mit 20 verschiedenen Titeln. Fünf davon gehören zu seinen Lieblingsstücken.

a) Er stellt die zufällige Wiedergabe an. Dabei wird jeder Titel von der CD höchstens einmal gespielt. Ergänze in den Kreisen die Wahrscheinlichkeit im folgenden Baumdiagramm.
(Verwende Brüche. L: Lieblingsstück, A: Anderes Stück) **3 P**



b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den ersten drei abgespielten Stücken mindestens ein Lieblingsstück ist? **4 P**

c) Auf der CD ist ein Lied, das Julius überhaupt nicht mag. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieses gleich am Anfang gespielt wird? **1 P**

d) Nimm jetzt an, dass ein anderer Zufallsgenerator jedes Stück auch mehrfach abspielen kann. Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit dafür, dass nach 10 abgespielten Titeln kein Lieblingsstück dabei ist? **2 P**

Bearbeitungstipps

Allgemeiner Teil

1. a) Einfache Divisionsaufgabe.
b) Beachte die Anzahl der Dezimalen.
c) Bestimme den Hauptnenner und berechne dann.

2. Du musst die Umrechnungszahl bei Flächenmaßen kennen.

3. Du musst das Bruchrechnen beherrschen.

4. Berechne zuerst die Anzahl der Flugstunden bis zur Sonne und dann die Anzahl der Jahre.

5. Denke an Stufenwinkel.

6. Zerlege in berechenbare Teilfiguren.

7. Berechne zuerst den ursprünglichen Gesamtpreis und dann die veränderten Kosten pro Person.

8. Beachte: Im Nenner steht die Anzahl aller möglichen Ergebnisse, im Zähler steht die Anzahl der gewünschten Ergebnisse.

9. Fasse gleichartige Glieder zusammen.

10. Setze die Koordinaten des Punktes in die Gleichung ein.

11. Du brauchst räumliches Vorstellungsvermögen.

12. Verwandle die Brüche in Dezimalzahlen. Die richtige Ordnung ist dann leichter zu erkennen.

13. Beachte: Der Fahrer spricht mit dem Kind.

14. Beachte zuerst die Anteile 5% und 10% und dann die Anteile 40% und 45%.

15. Fertige zur Veranschaulichung eine Tabelle.

16. Rechne mit einem Bruch oder mit dem Dreisatz.

17. Du musst die Eigenschaften der Achsensymmetrie und Punktsymmetrie kennen.

Hauptteil

1. Berechne mit der Formel die Wandfläche und prüfe dann, ob die Wandfarbe reicht.

2. Löse mit dem Einsetzverfahren.

3. Löse die entstehende quadratische Gleichung mit der Formel.

4. a) Achte auf saubere Darstellung.
b) Berechne die fehlenden Seiten mit dem Satz des Pythagoras.

5. a) Lies den Text aufmerksam durch.
b) Beachte: Die im Text angegebenen Prozentwerte beziehen sich nicht auf die gleiche Grundmenge.

6. Löse mit dem Dreisatz oder mit der Formel.

7. Entnimm den geordneten Daten die Kennzahlen, die du für ein Boxplot brauchst.

8. a) Das Gesamtvolumen ist die Differenz der Rauminhalte von zwei Körpern.
b) Löse mit der Formel.

Wahlaufgaben

W1. a) Bestimme die Winkelmaße mithilfe von Nebenwinkel und Winkelsumme im Dreieck.
b) Berechne mit dem Sinussatz.
c) Berechne mithilfe einer trigonometrischen Formel im rechtwinkligen Dreieck.
d) Berechne mit dem Satz des Pythagoras.
e) Verwandle zuerst die Knoten in km/h und berechne dann mit dem Dreisatz.

W2. a) Das Lakritz hat die Form eines Prismas. Zerlege die Grundfläche in berechenbare Teilflächen und berechne dann das Volumen mit der Formel.

b) Berechne den Umfang der Grundfläche durch „geschickte“ Addition der Kreisbögen und bestimme dann die Oberfläche mit der Formel.

c) Bestimme die Oberfläche O_1 allgemein für a und b und dann die Oberfläche O_2 für 2a und 2b. Vergleiche dann die Ergebnisse.

W3. a) Berechne mithilfe der quadratischen Ergänzung.

b) Achte auf saubere Darstellung.

c) Geometrisches Grundverständnis.

d) Berechne die Länge der beiden Schenkel mit dem Satz des Pythagoras.

W4. a) Beachte, dass es nach jedem Abspielen einen Titel weniger gibt.

b) Berechne zuerst mit der 1. Pfadregel (Produktregel) und dann mit der 2. Pfadregel (Summenregel), oder berechne mithilfe der Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses.

c) Beachte, dass es nur einen Titel von 20 gibt.

d) Nach jedem Abspielen sind immer wieder 20 Titel möglich. Wende die Produktregel 10-mal an.

Lösungen

Allgemeiner Teil

Aufgabe 1

a) $21006 : 6 = 3501$

$$\begin{array}{l} \underline{18} \\ \;\;30 \\ \;\;\underline{30} \\ \;\;\;\;00 \\ \;\;\;\;\underline{00} \\ \;\;\;\;\;\;06 \\ \;\;\;\;\;\;\;\underline{6} \\ \;\;\;\;\;\;\;0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} \underline{214{,}3 \cdot 45} \\ 8572 \\ +\;10715 \\ \hline 9643{,}5 \end{array}$$

c) $\frac{11}{12} - \frac{1}{2} = \frac{11}{12} - \frac{6}{12} = \frac{5}{12}$

Aufgabe 2

45 000 cm^2 = 4,5 m^2

Komma 4 Stellen nach links

1 m = 100 cm
1 m^2 = 10 000 cm^2

Aufgabe 3

a) $\frac{2}{5}, \frac{2}{10}, \frac{2}{15}$ $\quad$ $\frac{3}{5}, \frac{3}{10}, \frac{3}{15}$ $\quad$ $\frac{4}{5}, \frac{4}{10}, \frac{4}{15}$

b) Der Zähler muss möglichst groß, der Nenner muss möglichst klein sein.

Es ist der Bruch $\frac{4}{5}$.

c) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ $\quad$ $\frac{2}{10} = \frac{3}{15}$

Aufgabe 4

150 000 000 : 2000 = 150 000 : 2 = 75 000
⇒ 75 000 Stunden
Ein Jahr hat 365 · 24 Std = 8760 Std

75 000 : 8760 ⇒ etwa 8 bis 9

Richtig ist ⓧ 8 Jahre.

$$\begin{array}{r} \underline{365 \cdot 24} \\ 730 \\ +\;1460 \\ \hline 8760 \end{array}$$

Aufgabe 5

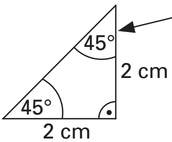
$(\beta + \gamma)$ ist ein Stufenwinkel zu α

$$\Rightarrow \quad \beta + \gamma = 70°$$
$$60° + \gamma = 70°$$
$$\gamma = 10°$$

Der Winkel γ beträgt 10°.

Aufgabe 6

Die Figur besteht aus einem Rechteck und zwei gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken.



45°, weil die Winkelsumme im Dreieck 180° beträgt

$\Rightarrow$ die zweite Seite muss auch 2 cm lang sein.

Flächeninhalte:

Dreieck: $\boxed{A = \frac{1}{2} g \cdot h}$

Rechteck: $\boxed{A = a \cdot b}$

$$A = A_R + 2 \cdot A_\Delta$$
$$A_R = 4\text{ cm} \cdot 2\text{ cm}$$
$$A_R = 8\text{ cm}^2$$
$$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm}$$
$$A_\Delta = 2\text{ cm}^2$$
$$A = 8\text{ cm}^2 + 2 \cdot 2\text{ cm}^2$$
$$A = 12\text{ cm}^2$$

Der Flächeninhalt beträgt 12 cm².

Aufgabe 7

30 · 15 € = 450 €

Bei 25 Mitarbeitern: 450 € : 25 = 18 €

$$\begin{array}{l} \underline{25} \\ 200 \\ \underline{200} \\ 0 \end{array}$$

Es muss jeder 18 € bezahlen.

Aufgabe 8

a) Zwei von sechs Flächen haben eine „3“.

Die Wahrscheinlichkeit ist $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \mathrel{\hat{=}} 33{,}33\,\%$

b) Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{210}{600} = \frac{70}{200} = \frac{35}{100}$

$\frac{35}{100} = 35\,\%$

Beim Würfel (2) ist die Wahrscheinlichkeit, eine „4“ zu würfeln $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \mathrel{\hat{=}} 33{,}3\,\%$

Beim Würfel (1) ist die Wahrscheinlichkeit, eine „4“ zu würfeln $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \mathrel{\hat{=}} 50\,\%$

$\Rightarrow$ Mit größter Wahrscheinlichkeit wurde mit dem Würfel (2) geworfen.

Aufgabe 9

$2x^2 + 3x + 2y - 8x + 3xy + 5x^2 = 7x^2 - 5x + 2y + 3xy$

Aufgabe 10

Die Koordinaten des Punktes werden in die Gleichung eingesetzt.

P (-2 | 12,2) in $\quad y = 3x^2 + 0{,}2$

$12{,}2 = 3 \cdot (-2)^2 + 0{,}2$

$12{,}2 = 12{,}2$

Es entsteht eine wahre Aussage, also liegt P auf dem Graphen.

Aufgabe 11

Blickrichtung:

von rechts:	4 Flächen
von vorne:	7 Flächen
von links:	4 Flächen
von hinten:	5 Flächen
von unten:	5 Flächen
von oben:	5 Flächen
	30 Flächen

Die Oberfläche ist 30 cm² groß.

Aufgabe 12

$\frac{2}{5} = 0{,}4$ $\qquad$ $\frac{3}{10} = 0{,}3$

Richtig ist (c).

Aufgabe 13

Richtig ist (c).

Aufgabe 14

Richtig ist Diagramm 3.

Aufgabe 15

	Schüler	Sport	Mathematik
	1	x	
	2	x	
	3	x	
	4	x	
	5	x	x
	6	x	x
	7	x	x
	8	x	x
	9	x	x
	10		7 – 5 x
	11		x
	12		
	13		
5	14	16 – 9	
	15		
	16		

Berechnung:

$\boxed{16-9} - \boxed{(7-5)} = 5$

✗ fünf Schüler mögen weder Sport noch Mathematik.

Aufgabe 16

3 Geräte sind defekt $\Rightarrow$ $\frac{3}{150}$ sind defekt

$\frac{3}{150} = \frac{1}{50} = \frac{2}{100} = 2\%$

oder mit dem Dreisatz:

150 – 147 = 3

150 Geräte $\triangleq$ 100%

1 Gerät $\triangleq \frac{100}{150}\%$

3 Geräte $\triangleq \frac{100 \cdot 3}{150}\% = 2\%$

Zwei Prozent sind defekt.

Aufgabe 17

Die Karte ist ⊗ punktsymmetrisch.

Hauptteil

Aufgabe 1

$4{,}58\ m \cdot 2{,}50\ m = 11{,}45\ m^2$
$2{,}72\ m \cdot 2{,}50\ m = 6{,}80\ m^2$
$2 \cdot 11{,}45\ m^2 + 2 \cdot 6{,}80\ m^2 = 36{,}50\ m^2$

Der Inhalt reicht zum Streichen.

Aufgabe 2

I $3y = 4x + 5$
II $y = 2x - 1$

Lösung mit dem Einsetzverfahren:
II in I: $3 \cdot (2x - 1) = 4x + 5$
$6x - 3 = 4x + 5 \quad | -4x + 3$
$2x = 8 \quad | : 2$
III $x = 4$
III in II: $y = 2 \cdot 4 - 1$
$y = 7$
$\Rightarrow \quad \mathbb{L} = \{(4 \mid 7)\}$

Aufgabe 3

$y = x^2 + 6x + 5$

Nullstellen: $y = 0$

$x^2 + 6x + 5 = 0$

$p = 6 \quad q = 5$

$x_{1/2} = -3 \pm \sqrt{3^2 - 5}$

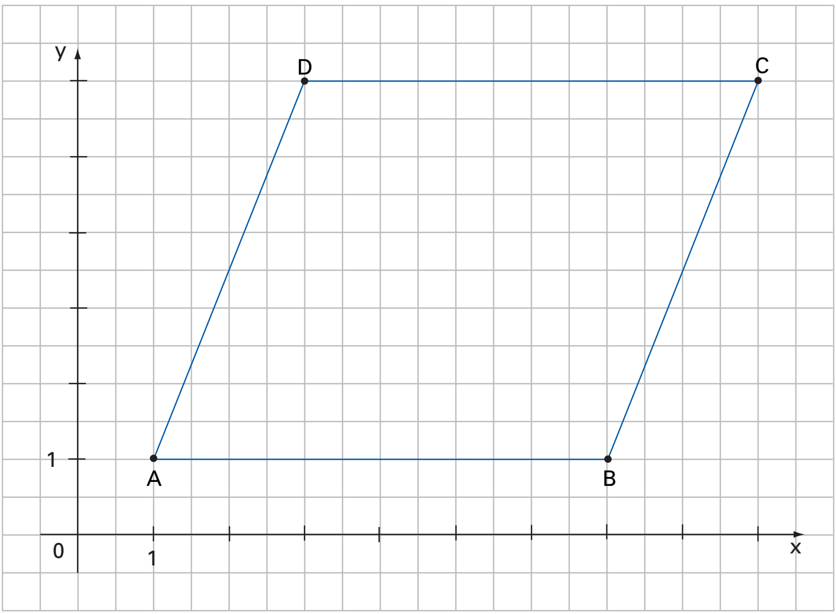
$x_{1/2} = -3 \pm 2$

$x_1 = -5 \quad x_2 = -1$

$$\boxed{x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}$$

Aufgabe 4

a)



b) Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

$\overline{AD}^2 = 2^2 + 5^2$

$\overline{AD} = 29$

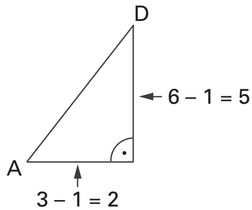
$\overline{AD} = 5{,}39$

$\overline{AB} = (7 - 1)\text{ cm} = 6\text{ cm}$

$u = 2 \cdot \overline{AB} + 2 \cdot \overline{AD}$

$u = 2 \cdot 6\text{ cm} + 2 \cdot 5{,}39\text{ cm}$

$u = 22{,}78\text{ cm}$



Aufgabe 5

a) 30% von 1000 Jugendlichen sind 300 Jugendliche.
20% von 300 Jugendlichen sind 60 Jugendliche.

60 Jugendliche tragen Zeitungen aus.

b) Die Aussage ist nicht richtig. 8% arbeiten in den Ferien. Bei diesen 8% sind auch Schüler dabei, die bereits bei den 30% erfasst werden. Man darf die beiden Werte 30% und 8% nicht addieren.

Aufgabe 6

a) **I. Möglichkeit** (Dreisatz)

$100\% \triangleq 10\,000$ €
$1\% \triangleq 100$ €
$3{,}65\% \triangleq 365$ € Zinsen pro Jahr

II. Möglichkeit (Formel)

$$\boxed{PW = \frac{GW \cdot p}{100}}$$

$$PW = \frac{10\,000\text{ €} \cdot 3{,}65}{100} = 365\text{ €}$$

In 4 Jahren: $4 \cdot 365$ € $= 1460$ €
$10\,000$ € $+ 1460$ € $= 11\,460$ €

Familie Müller hat insgesamt 11 460 € an die Bank zurückbezahlt.

b) Zinsen pro Jahr: 2313,50 € : 5 = 462,70 €

I. Möglichkeit (Dreisatz)

$10\,000\text{ €} \triangleq 100\%$

$$1\text{ €} \triangleq \frac{100}{10\,000}\%$$

$$462{,}70\text{ €} \triangleq \frac{100 \cdot 462{,}70}{10\,000}\% = 4{,}627\%$$

II. Möglichkeit (Formel)

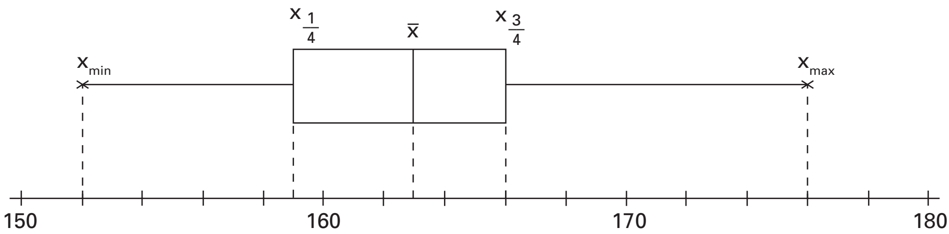
$$\boxed{p = \frac{PW \cdot 100}{GW}}$$

$$p = \frac{462{,}70\text{ €} \cdot 100}{10\,000\text{ €}} = 4{,}627$$

Der Zinssatz betrug 4,63%.

Aufgabe 7

Im Boxplot (Kastenschaubild) werden Zentralwert, größter und kleinster Wert, unterer Viertelwert und oberer Viertelwert veranschaulicht. Die Daten müssen geordnet sein.
Die Datenzahl ist ungerade $\Rightarrow$ Der Zentralwert liegt genau in der Mitte: 163
größter Wert: 176
kleinster Wert: 152
unterer Viertelwert: 159
oberer Viertelwert: 166



Aufgabe 8

a) $V = V_{Würfel} - V_{Zylinder}$

$V_W = (6\text{ cm})^3$
$V_W = 216\text{ cm}^3$

$\boxed{V_W = a^3}$

$V_Z = (2\text{ cm})^2\,\pi \cdot 3\text{ cm}$
$V_Z = 37{,}70\text{ cm}^3$

$\boxed{V_Z = r^2\,\pi \cdot h}$

$V = 216\text{ cm}^3 - 37{,}70\text{ cm}^3$
$V = 178{,}30\text{ cm}^3$

b) $m = 8{,}32\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 178{,}3\text{ cm}^3$

$m = 1483{,}46\text{ g}$
$m \approx 1{,}48\text{ kg}$

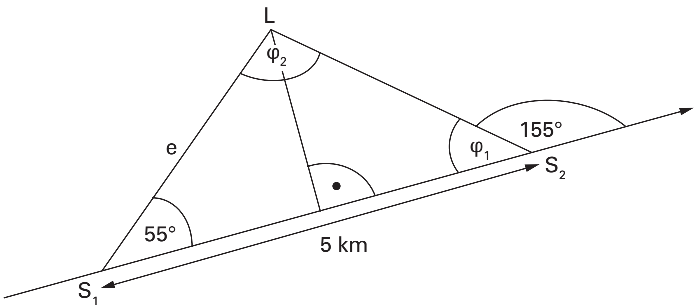
$\boxed{m = \varrho \cdot V}$

Die Masse beträgt etwa 1,48 kg.

Wahlaufgaben

Aufgabe W1

a) $\varphi_1 = 180° - 155°$ (Nebenwinkel)
$\varphi_1 = 25°$
$\varphi_2 = 180° - 55° - 25°$ (Winkelsumme im Dreieck)
$\varphi_2 = 100°$



b) Nach dem Sinnussatz gilt:

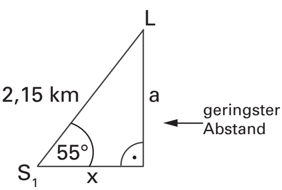
$$\frac{e}{\sin 25°} = \frac{5\text{ km}}{\sin 100°} \qquad | \cdot \sin 25°$$

$$e = \frac{5\text{ km} \cdot \sin 25°}{\sin 100°}$$

$$e = 2{,}15\text{ km}$$

Das Schiff ist 2,15 km vom Leuchtturm entfernt.

c)



$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \Rightarrow$ Sinus

$$\sin 55° = \frac{a}{2{,}15\text{ km}} \qquad | \cdot 2{,}15\text{ km}$$

$$a = 2{,}15\text{ km} \cdot \sin 55°$$
$$a = 1{,}76\text{ km}$$

Der kürzeste Abstand beträgt 1,76 km.

d) Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$

$x^2 = (2{,}15\ \text{km})^2 - (1{,}76\ \text{km})^2$
$x^2 = 1{,}5249\ \text{km}^2 \quad | \sqrt{}$
$x = 1{,}23\ \text{km}$

Das Schiff ist 1,23 km gefahren.

e) 1 Knoten $\triangleq 1{,}852\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

5 Knoten $\triangleq 5 \cdot 1{,}852\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 9{,}26\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Lösung mit dem Dreisatz:

9,26 km in 60 min

1 km in $\frac{60}{9{,}26}$ min

1,23 km in $\frac{60 \cdot 1{,}23}{9{,}26}$ min = 7,97 min

Nach 8 Minuten erreicht das Schiff diesen geringsten Abstand.

Aufgabe W2

a) Ein Lakritz-Bonbon hat die Form eines Prismas mit der Höhe h = 35 mm.
Die Grundfläche setzt sich aus einem Quadrat (Seitenlänge 5 mm) und vier „$\frac{3}{4}$-Kreisen“ mit dem Radius $r = \frac{a}{2} = 2{,}5$ mm zusammen.

Vier $\frac{3}{4}$-Kreise ergeben $4 \cdot \frac{3}{4} = 3$ Kreise

Berechnung der Grundfläche A_G:

Kreisfläche $\boxed{A = r^2 \cdot \pi}$

Quadratfläche $\boxed{A = a^2}$

Kreisfläche $A_K = (2{,}5\ \text{mm})^2 \cdot \pi$
$A_K = 19{,}63\ \text{mm}^2$

Quadratfläche: $A_Q = (5\ \text{mm})^2$
$A_Q = 25\ \text{mm}^2$

Grundfläche: $A_G = A_Q + 3 \cdot A_K$
$A_G = 25\ \text{mm}^2 + 3 \cdot 19{,}63\ \text{mm}^2$
$A_G = 83{,}89\ \text{mm}^2$

Berechnung des Volumens:

$\boxed{A_{Prisma} = A_G \cdot h}$

$\boxed{1\ \text{cm}^3 \triangleq 1000\ \text{mm}^3}$

$V = 83{,}89\ \text{mm}^2 \cdot 35\ \text{mm}$
$V = 2936{,}15\ \text{mm}^3$ Komma drei Stellen nach links
$V = 2{,}94\ \text{cm}^3$

Für ein Bonbon benötigt man 2,94 cm^3 Lakritz.

b) Die Oberfläche setzt sich aus dem Mantel, Grundfläche und Deckfläche zusammen.
Grundfläche = Deckfläche = 83,89 mm²

Der Umfang der Grundfläche besteht aus vier „$\frac{3}{4}$ - Kreisbögen“ = 3 Kreisbögen ≙ 3-mal Kreisumfang

$b = 2 \cdot 2{,}5\text{ mm} \cdot \pi$

$b = 15{,}71\text{ mm}$

$u = 3 \cdot 15{,}71\text{ mm}$

$u = 47{,}13\text{ mm}$

Mantelfläche eines Prismas

$\boxed{M = u \cdot h}$

Kreisumfang

$\boxed{b = 2r\pi}$

Mantelfläche $M = 47{,}13\text{ mm} \cdot 35\text{ mm}$

$M = 1649{,}55\text{ mm}^2$

$O = 1649{,}55\text{ mm}^2 + 2 \cdot 83{,}89\text{ mm}^2$

$O = 1817{,}33\text{ mm}^2$ Komma zwei Stellen nach links

$O = 18{,}17\text{ cm}^2$

$\boxed{1\text{ cm}^2 \triangleq 100\text{ mm}^2}$

Die Oberfläche ist 18,17 cm² groß.

c) Richtig ist X vier mal so groß.

Allgemeine Herleitung der 4-fachen Größe

Original		**XL-Variante**
Höhe h	$\xrightarrow[\cdot 2]{}$	Höhe 2h
a	$\xrightarrow[\cdot 2]{}$	2a
$r = \frac{a}{2}$	$\xrightarrow[\cdot 2]{}$	$r = a$

Kreisfläche $\left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi = \frac{a^2}{4} \pi$

3-fache Fläche $= \frac{3}{4} a^2\pi$

Quadrat $= a^2\pi$

Grundfläche $= \frac{3}{4} a^2\pi + a^2\pi = \frac{7}{4} a^2$

$b = 2 \cdot \frac{a}{2} \pi = a\pi$

$3 \cdot b = 3a\pi$

$M = 3a\pi h$

$$O = 2 \cdot \frac{7}{4} a^2\pi + 3a\pi h \xrightarrow[h \to 2h]{a \to 2a} O = 2 \cdot \frac{7}{4} (2a)^2 \cdot \pi + 3 \cdot 2a \cdot \pi \cdot 2h$$

$O_1 = \frac{7}{2} a^2\pi + 3a\pi h$ $\qquad O = 14a^2\pi + 12a\pi h$

$O_2 = 4 \cdot \left(\frac{7}{2} a^2\pi + 3a\pi h\right)$

$\xRightarrow[\cdot 4]{} O_2 = 4 \cdot O_1$

Aufgabe W3

a) Der Scheitelpunkt wird mithilfe der quadratischen Ergänzung bestimmt.

$y = x^2 - 8x + 12$ Normalform

$y = x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 12$ $\downarrow$

$y = (x - 4)^2 - 4$ Scheitelform

S (4 I -4)

b) c) Berechnung der Nullstellen:

$y = 0$

$x^2 - 8x + 12 = 0$

$$\boxed{x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}$$

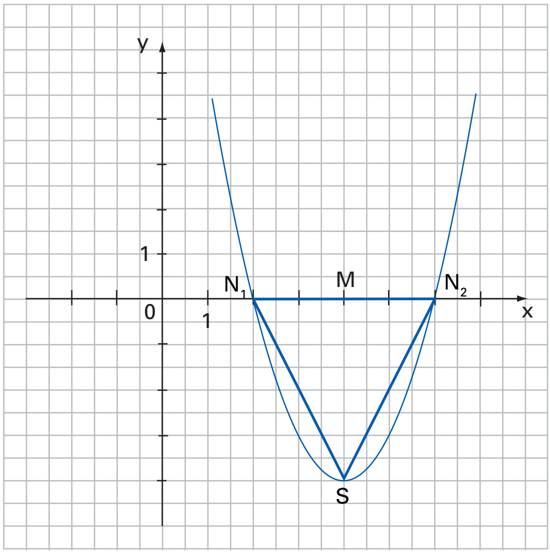
$x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 12}$

$x_{1/2} = 4 \pm 2$

$x_1 = 2 \qquad x_2 = 6$

N_1 (2 I 0) N_2 (6 I 0)

Das Dreieck ist gleichschenklig, weil die Spitze S senkrecht über dem Mittelpunkt der Basis liegt.



d) $u = \overline{N_1N_2} + \overline{N_1S} + \overline{N_2S}$

$\overline{N_1S}^2 = (4\text{ cm})^2 + (2\text{ cm})^2$ $\quad | \sqrt{\ }$

$\overline{N_1S}^2 = \sqrt{20\text{ cm}^2}$

$\overline{N_1S} = 4{,}47\text{ cm} \quad \Rightarrow \quad \overline{N_2S} = 4{,}47\text{ cm}$

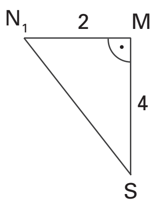
$\overline{N_1N_2} = x_{N_2} - x_{N_1} = 6\text{ cm} - 2\text{ cm} = 4\text{ cm}$

$u = 2 \cdot 4{,}47\text{ cm} + 4\text{ cm}$

$u = 12{,}94\text{ cm}$

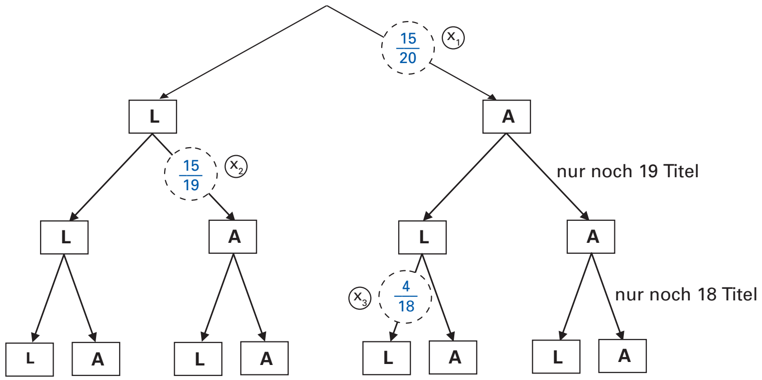
Der Umfang beträgt 12,94 cm.

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$



Aufgabe W4

a)

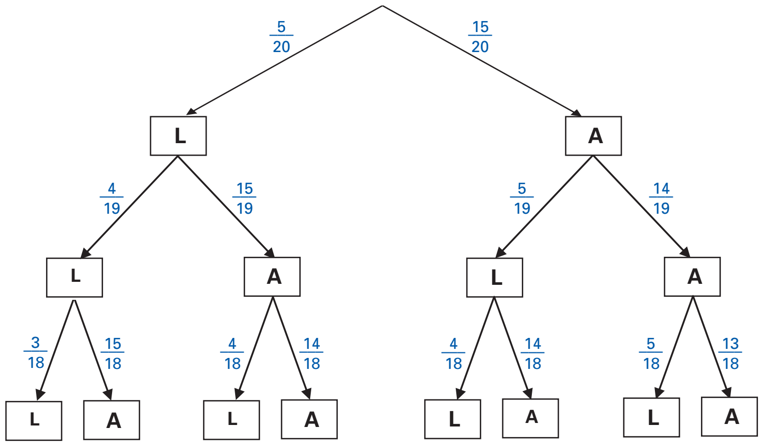


x_1 von 20 möglichen Titeln gibt es 15 „andere Stücke" A. $\left(\frac{15}{20} = \frac{3}{4}\right)$

x_2 Jetzt gibt es nur noch 19 Titel, aber alle Titel A sind noch möglich. $\left(\frac{15}{19}\right)$

x_3 Jetzt gibt es nur noch 18 Titel, aber von den 5 Lieblingsstücken L gibt es nur noch 4. $\left(\frac{4}{18} = \frac{2}{9}\right)$

b)



Beachte: Die Summe der Wahrscheinlichkeiten, die von einem Knoten ausgehen, hat stets den Wert 1.

„mindestens 1" bedeutet: „größer oder gleich eins".
Es sind also möglich: LLL, LLA, LAL, LAA, ALL, ALA, AAL

I. Möglichkeit

Nach der Produktregel gilt:

$$P\,(LLL) = \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{3}{18} = \frac{1}{114}$$

$$P\,(LLA) = \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{15}{18} = \frac{5}{114}$$

$$P\,(LAL) = \frac{5}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{4}{18} = \frac{5}{114}$$

$$P\,(LAA) = \frac{5}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} = \frac{35}{228}$$

$$P\,(ALL) = \frac{15}{20} \cdot \frac{5}{19} \cdot \frac{4}{18} = \frac{5}{114}$$

$$P\,(ALA) = \frac{15}{20} \cdot \frac{5}{19} \cdot \frac{14}{18} = \frac{35}{228}$$

$$P\,(AAL) = \frac{15}{20} \cdot \frac{14}{19} \cdot \frac{5}{18} = \frac{35}{228}$$

Nach der Summeregel gilt:

$$P\,(\text{m.e.L.}) = \frac{1}{114} + \frac{5}{114} + \frac{5}{114} + \frac{35}{228} + \frac{5}{114} + \frac{35}{228} + \frac{35}{228}$$ m.e.L.: „mindestens ein Lieblingsstück“

$$P\,(\text{m.e.L.}) = \frac{137}{228} = 60\%$$

II. Möglichkeit

Das Ereignis P(E) tritt ein, wenn das Gegenereignis $P(\overline{E})$ nicht eintritt.

$$\boxed{P(E) = 1 - P(\overline{E})}$$

$$P(\overline{E}) = P(AAA)$$

$$P(\overline{E}) = P(AAA) = \frac{15}{20} \cdot \frac{14}{19} \cdot \frac{13}{18}$$

$$P(\overline{E}) = P(AAA) = \frac{91}{228}$$

$$\Rightarrow \quad P(E) = 1 - \frac{91}{228} = \frac{137}{228} = 60\%$$

c) Julius mag einen Titel von 20 nicht

$$\Rightarrow \quad P = \frac{1}{20} = 5\%$$

d) Es bleiben stets 20 Titel im Spiel und stets gibt es 15 „andere“ Stücke A.

Beim ersten Abspielen: $P = \frac{15}{20}$

Beim zweiten Abspielen: $P = \frac{15}{20}$

⋮

Beim zehnten Abspielen: $P = \frac{15}{20}$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{15}{20}\right)^{10} = \left(\frac{3}{4}\right)^{10} = 0{,}0563\ \ldots$$
$$= 5{,}6\%$$